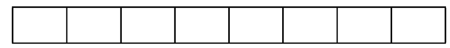
Пети клас

1. За приготване на 100 г конфитюр от смокини са нужни 56 г смокини и 44 г добавена захар. Смокините съдържат x% естествена захар. Общото захарно съдържание на конфитюра е 72%. Определете x.

A) 30 B) 35 C) 42 D) 44 E) 48 F) 50

1. Отг. F В 100 г конфитюр има общо 72 г захар, от които от смокините са $72-44=28$ г, или 50% от 56 г.

2. Правоъгълникът на чертежа е разделен на 8 правоъгълничета. В едно от тях ще нарисувам човече. Броят правоъгълници на чертежа, в които има човече, може да се окаже:



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20 F) 22

2. Отг. B, D, E Един правоъгълник има човече точно когато левият му край е отляво на човечето, а десният – отдясно. На чертежа има 9 вертикални чертички, така че в зависимост от мястото на човечето търсеният брой може да е $1.8=8$, $2.7=14$, $3.6=18$ или $4.5=20$.

3. Кои от дадените числа могат да се представят като сбор и на девет, и на десет, и на единадесет поредни естествени числа?

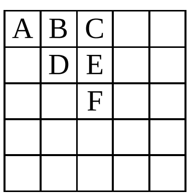
A) 990 B) 1395 C) 1485 D) 1980 E) 4095 F) 4455

3. Отг. C, F Сбор на 9 поредни естествени числа се дели на 9, понеже е равен на 9 пъти по средното число. Сбор на 11 поредни естествени числа се дели на 11, понеже е равен на 11 пъти по средното число. Сбор на 10 поредни естествени числа е нечетен и се дели на 5, понеже е равен на 5 пъти по сбора на средните две числа, който е нечетен. Всички естествени числа с тези свойства са достатъчно големи да се представят така.

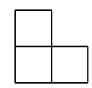
4. Произведението на цифрите на число с две или повече цифри може да е равно на:

A) 94 B) 95 C) 96 D) 97 E) 98 F) 99

4. Отг. C, E Имаме $96=6.4.4$ и $98=7.7.2$. За числата 94, 95, 97, 99 подобно представяне е невъзможно, понеже имат прост множител, по4голям от 9.

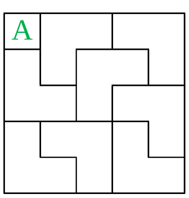


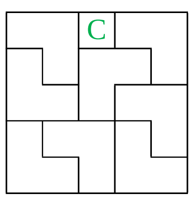
5. От квадрата 5×5 вляво изрязали 8 „ъгълчета” като показаното отдясно (може и завъртени) и едно поле останало. На кое от местата може да е останало то?

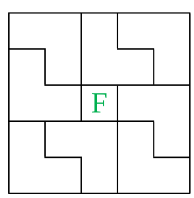


A) A B) B C) C D) D E) E F) F

5. Отг. A, C, F Да оцветим следните 9 полета: централното (F), ъгловите 4 (като A) и 44те до средите на страните (като C). Всяко от 84те ъгълчета може да има най4много едно оцветено поле, така че деветото оцветено поле трябва да е останало. Следователно отговорите B, D, E са невъзможни. Останалите са възможни, както личи от чертежите:







6. Колко са четирицифрените числа, всяко от които има произведение на цифрите си, равно на 70?

6. Отг. 24 Цифрите трябва да са 7, 5, 2, 1 в някакъв ред, така че вариантите са $4.3.2.1=24$.

7. На бал присъствали 5 семейни двойки и никакви други хора. В един момент двама от мъжете танцували с жените си, а останалите танцували с чужди. По колко начина може да е станало това?

7. Отг. 20 Има $5.4:2=10$ начина да изберем двамата, които танцуват с жените си. За останалите трима има 2 начина да изберат партньорките си. Отговор: $10.2=20$.

8. Колко са всички трицифрени кратни на 3, чиито три цифри са нечетни и различни?

8. Отг. 24 Тъй като няма три нечетни цифри с еднакви остатъци при деление на 3, трябва трите да са с различни остатъци, т.е. да има една цифра сред $\{3;9\}$, една сред $\{1;7\}$ и една „5”. Следователно има $2.2.1=4$ избора за цифрите и $3.2.1=6$ избора за реда им, т.е. $4.6=24$ такива числа.

9. Няколко отбора играли всеки с всеки по един мач; всеки получавал 3 точки за победа, 1 точка за равен и 0 точки за загуба. В крайното класиране отборите са събрали общо S точки. Колко са възможните двуцифрени стойности на S?

9. **Отг. 87** Нека има n отбора. Минимален сбор се получава, ако всички мачове са наравно, всеки ще има по $n-1$ точки и общо точките ще са $n(n-1)$. За всеки неравен мач този сбор нараства с 1 точка. Ако всички са неравни, точките ще са $3.n(n-1):2$, което е и максималният сбор.

n	≤ 3	4	5	6	7	8	9	10	≥ 11
мин.	≤ 6	12	20	30	42	56	72	90	≥ 110
макс.	≤ 9	18	30	45	63	84	108	135	≥ 165

Според таблицата S може да е равно на всяко двуцифрено число освен 10, 11 и 19. Отговор: $90-3=87$.

10. Два отбора завършили мач при резултат 5:5, като по време на мача никой отбор не успял да поведе с повече от два гола. При всеки нов гол Гошо записвал в тефтера си резултата. Колко са различните поредици от резултати, които могат да се появят в тефтера на Гошо?

10. **Отг. 162** В показаната таблица са записани броя възможни редици в тефтерчето, водещи до даден разрешен резултат (головете на домакина са показани по редове, а головете на госта – по колони). Всеки нов брой е равен на сбора на този отгоре и този отляво.

	:0	**:1**	**:2**	**:3**	**:4**	**:5**
0:	1	1	1	4	4	4
1:	1	2	3	3	4	4
2:	1	3	6	9	9	4
3:	4	3	9	18	27	27
4:	4	4	9	27	54	81
5:	4	4	4	27	81	162